Nella scorsa lezione abbiamo imparato che dividendo il numeratore per il denominatore di una frazione si ottiene un numero naturale o decimale.

Oggi scopriremo come fare il contrario.

In pratica avendo un qualunque numero decimale impareremo a ricavare la frazione da cui ha avuto origine

La frazione che dà origine a un numero decimale si dice

FRAZIONE GENERATRICE

del numero

Caso 1: NUMERO DECIMALE LIMITATO

Partiamo da un caso semplice: il numero **3,2**

Pensateci un po' su.
Riuscite a trovare la divisione che dà origine a questo numero?

Dovreste aver capito che la divisione è:

32:10

Che scritta come frazione è:

$$\frac{32}{10}$$

Caso 1: NUMERO DECIMALE LIMITATO

Proviamo ancora

Qual è la frazione generatrice del numero: **2,42** ?

Anche in questo caso pensiamo a quale può essere la divisione che ha dato origine al numero:

242:100 =2,42

Quindi la frazione generatrice è:

$$\frac{242}{100}$$

Altro esempio:

troviamo la frazione generatrice del numero **0,003**.

La divisione che dà origine a questo numero è:

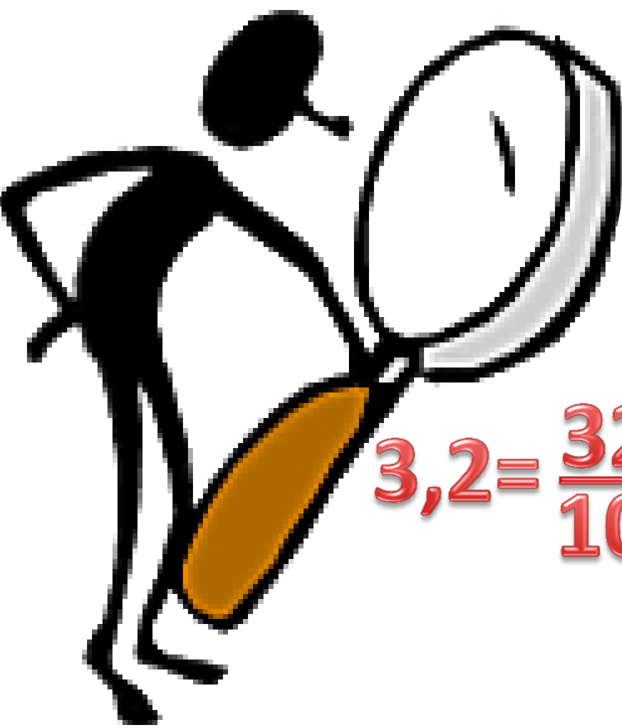
3:1000 =0,003

la frazione generatrice è:

$$\frac{3}{1000}$$

A questo punto proviamo a chiederci se possiamo seguire una regola generale per ricavare la frazione generatrice di un numero decimale limitato.

.. Osserviamo con attenzione i tre esempi di prima



$$3,2=\frac{32}{10} \qquad 2,42=\frac{242}{100} \qquad 0,003=\frac{3}{1000}$$

TROVATA LA REGOLA???

Caso 1: NUMERO DECIMALE LIMITATO

Usiamo un aiuto……

Osservate con attenzione ciò che è colorato di blu.

$$3{,}2=\frac{32}{10} \qquad 2{,}42=\frac{242}{100} \qquad 0{,}003=\frac{3}{1000}$$

A QUESTO PUNTO LA SOLUZIONE È FACILE!

La frazione generatrice di un numero decimale limitato ha:

- **Per numeratore il numero senza la virgola**
- **Per denominatore la cifra 1 seguita da tanti zeri quante sono le cifre decimali del numero**

Ricapitoliamo:

Per ottenere la frazione generatrice di un numero decimale finito:

Considero il numero → $45{,}93$

Scrivo la linea di frazione → $45{,}93 = \frac{}{}$

A numeratore scrivo il numero senza la virgola → $45{,}93 = \frac{4593}{}$

A denominatore scrivo 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre dopo la virgola → $45{,}93 = \frac{4593}{100}$

Proviamo ancora:

Trovate la frazione generatrice dei numeri:

$0{,}54 = \frac{54}{100}$

$0{,}0009 = \frac{9}{10000}$

$58{,}6 = \frac{586}{10}$

$10{,}004 = \frac{10004}{1000}$

$56{,}178 = \frac{56178}{1000}$

$0{,}1 = \frac{1}{10}$

Caso 1: NUMERO DECIMALE LIMITATO

Ora soffermiamoci a guardare le frazioni ottenute:

$$\frac{54}{100} \quad \frac{586}{10} \quad \frac{9}{10000} \quad \frac{10004}{100} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{56178}{1000}$$

Riuscite a capire cosa hanno in comune tutte le frazioni?

$$\frac{54}{100} \quad \frac{586}{10} \quad \frac{9}{10000} \quad \frac{10004}{100} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{56178}{1000}$$

Al denominatore c'è sempre e solo una potenza del 10 !

(10 – 100 – 1000 – 10000 - ….)

Una frazione che ha per denominatore una potenza del 10

Si dice:

FRAZIONE DECIMALE

tutte le altre frazioni si dicono:

FRAZIONI ORDINARIE

QUESTE SONO FRAZIONI DECIMALI

$\frac{7}{10}$ $\frac{90}{1000}$ $\frac{15}{10}$ $\frac{79}{100}$

QUESTE SONO FRAZIONI ORDINARIE

$\frac{7}{20}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{15}{17}$ $\frac{93}{150}$ $\frac{11}{50}$

Fino ad ora abbiamo potuto constatare che:

UNA FRAZIONE DECIMALE
DA' ORIGINE AD UN NUMERO
DECIMALE LIMITATO

E di
conseguenza:

UN NUMERO DECIMALE LIMITATO
AVRA' COME
FRAZIONE GENERATRICE
UNA FRAZIONE DECIMALE

Caso 2: NUMERO DECIMALE ILLIMITATO PERIODICO

Come sappiamo i numeri periodici possono essere:

- **semplici**
- **misti**.

Di seguito trovate il metodo per convertire entrambi i tipi di numeri nelle loro frazioni generatrici.

Caso 2: NUMERO DECIMALE ILLIMITATO PERIODICO

Per ottenere la frazione generatrice di un numero periodico semplice si applica sempre il seguente metodo:

LA FRAZIONE GENERATRICE DI UN NUMERO PERIODICO (SEMPLICE O MISTO) SI OTTIENE SCRIVENDO:

- ✓ **AL NUMERATORE IL NUMERO SENZA LA VIRGOLA- IL NUMERO SENZA IL PERIODO**
- ✓ **AL DENOMINATORE TANTI 9 QUANTE SONO LE CIFRE DEL PERIODO E, SE PRESENTE L'ANTIPERIODO (Il numero è periodico misto) TANTI 0 QUANTE SONO LE CIFRE DELL'ANTIPERIODO**

Se il numero è periodico semplice

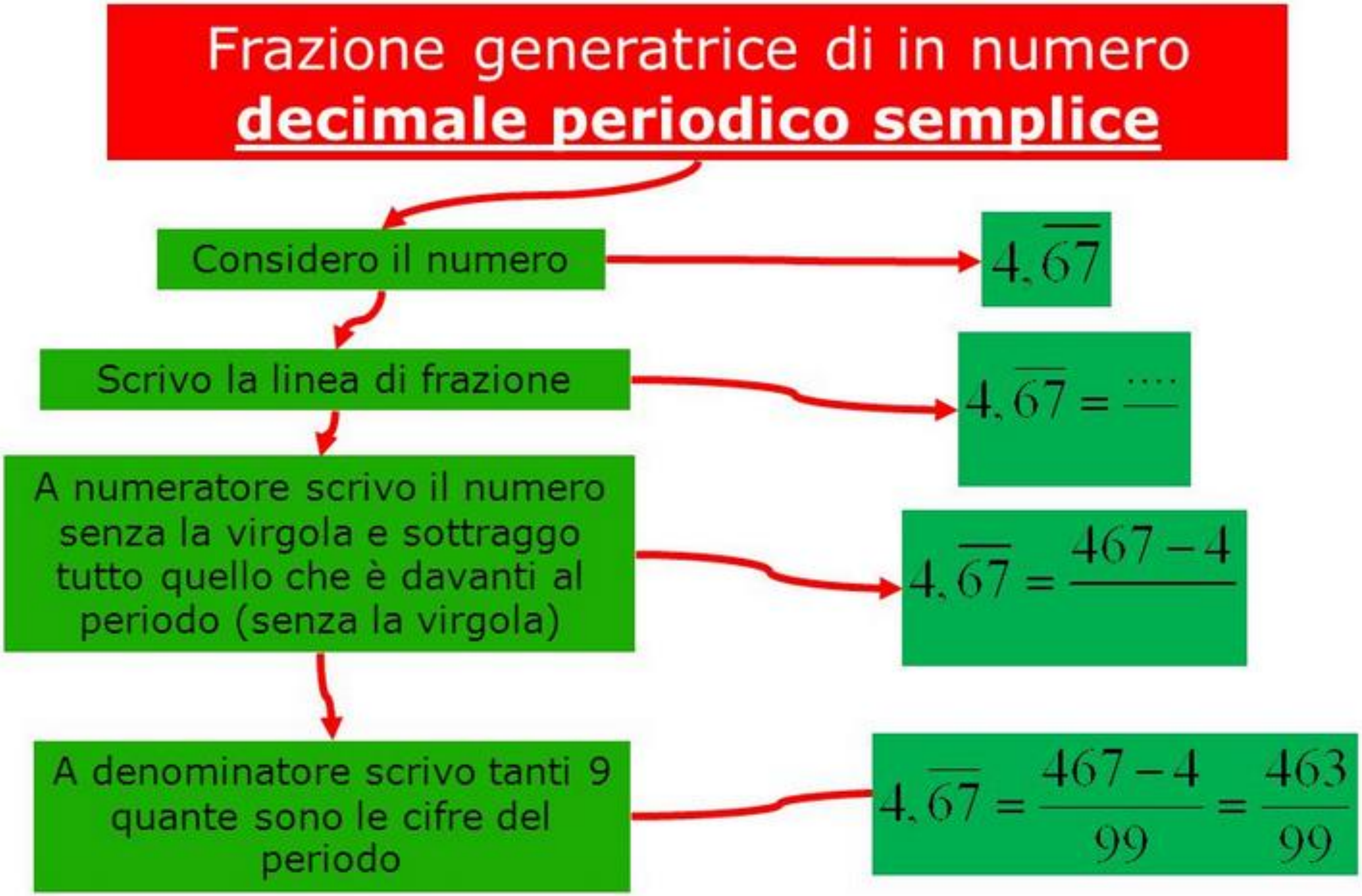
$$2,\overline{5} = \frac{25 - 2}{9} = \frac{23}{9}$$

Se il numero è periodico MISTO

Si riduce ai minimi termini!

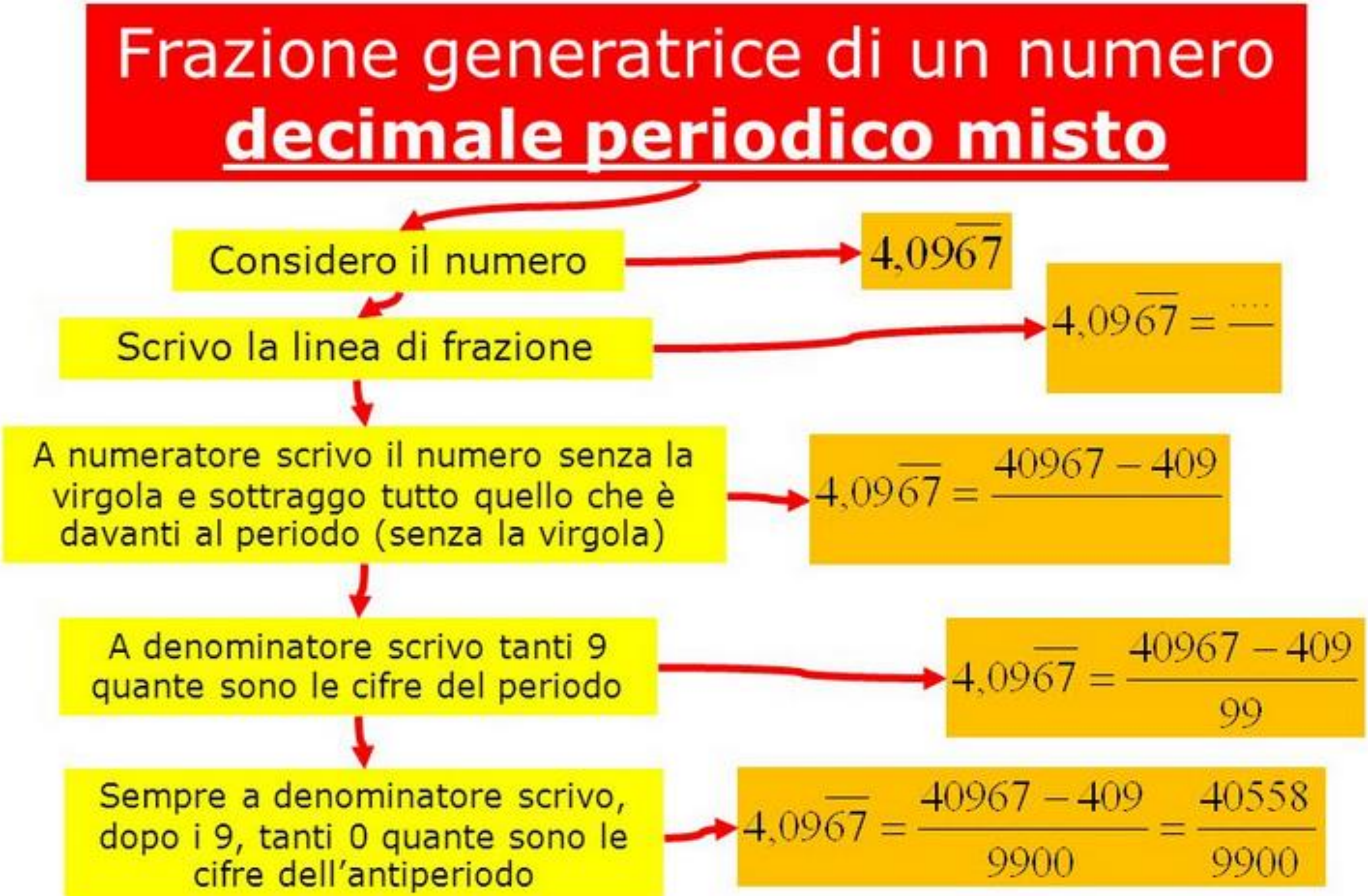
$$1,3\overline{23} = \frac{1323 - 13}{990} = \frac{131\cancel{0}}{99\cancel{0}} = \frac{131}{99}$$

Ricapitolando (per i numeri periodici semplici):



Caso 2: NUMERO DECIMALE ILLIMITATO PERIODICO

Ricapitolando (per i numeri periodici misti):



ORA PROVATE VOI:

<u>scrivete le frazioni generatrici dei seguenti numeri</u>

a) $3,2\overline{1}$

b) $0,5\overline{6}$

c) $1,0\overline{73}$

d) $0,\overline{22}$

e) $0,\overline{6}$

f) $24,\overline{8}$

Soluzioni:

1) $3,2\overline{1}$ Il numeratore è la differenza fra il numero scritto senza la virgola e la parte del numero che precede il periodo anch'esso scritto senza virgola: 321 - 32.
Il denominatore è il numero formato da tanti 9 quante sono le cifre del periodo e da tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo; il periodo ha una cifra e anche l'antiperiodo ha una cifra, quindi il denominatore è 90; si ottiene:

$$3,2\overline{1} = \frac{321-32}{90} = \frac{289}{90}$$

2) $0,5\overline{6}$ il numeratore è: 56 - 5
il denominatore è : 90

$$0,5\overline{6} = \frac{56-5}{90} = \frac{51}{90} = \frac{17}{30}$$

3) $1,0\overline{73}$ il numeratore è : 1073 - 10
il denominatore è : 990

$$1,0\overline{73} = \frac{1073-10}{990} = \frac{1063}{990}$$

4) $0,\overline{22} = \frac{22-0}{99} = \frac{\cancel{22}}{\cancel{99}} = \frac{2}{9}$

5) $0,\overline{6} = \frac{6-0}{9} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{9}} = \frac{2}{3}$

6) $24,\overline{8} = \frac{248-24}{9} = \frac{242}{9}$

Ricordate di ridurre sempre ai minimi termini la frazione ottenuta!!

Come si risolvono le espressioni con numeri decimali?

1. Trasforma i numeri decimali nelle corrispondenti frazioni generatrici

$$\left(1,\overline{4}+0,4-0,5\overline{7}\right):\left(4,6-1,8\overline{3}\right)$$

$$\left(\frac{14-1}{9}+\frac{4}{10}-\frac{57-5}{90}\right):\left(\frac{46}{10}-\frac{183-18}{90}\right)$$

2. Riduci ai minimi termini le frazioni ottenute

$$\left(\frac{13}{9}+\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}-\frac{\overset{26}{\cancel{52}}}{\underset{45}{\cancel{90}}}\right):\left(\frac{\overset{23}{\cancel{46}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}-\frac{\overset{11}{\cancel{165}}}{\underset{6}{\cancel{90}}}\right)$$

2. Risolvi l'espressione con le frazioni come fai normalmente

$$\left(\frac{65+18-26}{45}\right):\left(\frac{138-55}{30}\right)$$

$$\left(\frac{57}{45}\right):\left(\frac{83}{30}\right)$$

$$\left(\frac{\overset{19}{\cancel{57}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{45}}}\right)\left(\frac{\overset{2}{\cancel{30}}}{83}\right)=\frac{38}{83}$$

ATTENZIONE

Ricorda che la riduzione ai minimi termini è un passaggio FONDAMENTALE per risolvere correttamente l'espressione!

E ora riprovate:

a) $(3 + 1,\overline{6} + 1,1\overline{6}) : (2,6 - 0,1) - (0,5 + 0,75 + 0,41\overline{6})$

per

b) $(6 - 0,8x1,\overline{3})x1,5 - (3 + 0,3)x(2 - 0,\overline{6})$

c) $[3 + (2 - 0,1\overline{6} : 0,\overline{2}) : (3 + 0,75 \times 0,1\overline{6})] : [(1,\overline{6} + 1 - 1,25) \times 1,2]$

d) $(2-0,5^2 : 1,25^2 - 0,4) : 1,2^2 + 0,\overline{2} : 0,\overline{1} =$

Prima trasforma il numero in frazione e poi fai la potenza della frazione!!

e) $[(0,5 + 0,\overline{3} - 0,25) : 0,8\overline{3}] : [(0,75 + 0,\overline{6} - 0,8\overline{3})x0,375] - 2,2$

soluzioni:

a) $(3 + 1,\overline{6} + 1,1\overline{6}) : (2,6 - 0,1) - (0,5 + 0,75 + 0,41\overline{6})$

Trasforma i numeri decimali in frazioni:

$$= \left(3 + \frac{16-1}{9} + \frac{116-11}{90}\right) : \left(\frac{26}{10} - \frac{1}{10}\right) - \left(\frac{5}{10} + \frac{75}{100} + \frac{416-41}{900}\right) =$$

$$= \left(3 + \frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{9}_{3}} + \frac{\cancel{105}^{7}}{\cancel{90}_{6}}\right) : \frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{10}_{2}} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{\cancel{375}^{5}}{\cancel{900}_{12}}\right) =$$

$$= \left(3 + \frac{5}{3} + \frac{7}{6}\right) : \frac{5}{2} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{12}\right) =$$

$$= \left(\frac{18 + 10 + 7}{6}\right) : \frac{5}{2} - \left(\frac{6 + 9 + 5}{12}\right) =$$

$$= \frac{\cancel{35}^{7}}{\cancel{6}_{3}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} - \frac{\cancel{20}^{5}}{\cancel{12}_{3}} = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3} = 0,\overline{6}$$

soluzioni:

b) $$(6-0,8x1,\overline{3})x1,5-(3+0,3)x(2-0,\overline{6})$$

$$\left(6-\frac{8}{\cancel{10}_{5}}x\frac{\cancel{12}^{\cancel{6}\,2}}{\cancel{9}_{3}}\right)x\frac{15}{10}-\left(3+\frac{3}{10}\right)x\left(2-\frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{9}_{3}}\right)$$

$$\left(6-\frac{16}{15}\right)x\frac{15}{10}-\left(\frac{30+3}{10}\right)x\left(\frac{6-2}{3}\right)$$

$$\left(\frac{90-16}{15}\right)x\frac{15}{10}-\left(\frac{33}{10}\right)x\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$\frac{\cancel{74}^{37}}{\cancel{15}_{1}}x\frac{\cancel{15}^{1}}{\cancel{10}_{5}}-\frac{\cancel{33}^{11}}{\cancel{10}_{5}}x\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{3}_{1}}$$

$$\frac{37}{5}-\frac{22}{5}=\frac{15}{5}=3$$

soluzioni:

c) $[3+(2-0{,}1\bar{6}:0,\bar{2}):(3+0{,}75\times 0{,}1\bar{6})]:[(1,\bar{6}+1-1{,}25)\times 1{,}2]$

$0{,}1\bar{6}$ è *un numero periodico misto dove* 1 è *l'antiperiodo e* 6 è *il periodo, quindi*

$$0{,}1\bar{6}=\frac{16-1}{90}=\frac{15}{90} \textit{ che semplificato diventa: } \frac{1}{6}$$

$$0,\bar{2}=\frac{2}{9} \qquad 1,\bar{6}=\frac{16-1}{9}=\frac{15}{9}=\frac{5}{3}$$

Adesso sostituiamo le nuove frazioni ai due numeri periodici, inoltre trasformiamo gli altri numeri decimali in frazioni.

$$\left[3+\left(2-\frac{1}{6}:\frac{2}{9}\right):\left(3+\frac{3}{4}\times\frac{1}{6}\right)\right]:\left[\left(\frac{5}{3}+1-\frac{5}{4}\right)\times\frac{6}{5}\right]$$

$$\left[3+\left(2-\frac{1}{6}\times\frac{9}{2}\right):\left(3+\frac{1}{8}\right)\right]:\left[\left(\frac{20+12-15}{12}\right)\times\frac{6}{5}\right]$$

$$\left[3+\left(2-\frac{3}{4}\right):\left(\frac{25}{8}\right)\right]:\left[\left(\frac{17}{12}\right)\times\frac{6}{5}\right]$$

$$\left[3+\left(\frac{5}{4}\right)\times\left(\frac{8}{25}\right)\right]:\left[\frac{17}{10}\right]$$

$$\left[3+\frac{2}{5}\right]\times\left[\frac{10}{17}\right]=\frac{17}{5}\times\frac{10}{17}=2$$

d)

$$(2-0,5^2:1,25^2-0,4):1,2^2+0,\overline{2}:0,\overline{1}=$$

$$=\left[2-\left(\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{10}_{2}}\right)^2:\left(\frac{\cancel{125}^{5}}{\cancel{100}_{4}}\right)^2-\frac{4}{10}\right]:\left(\frac{\cancel{12}^{6}}{\cancel{10}_{5}}\right)^2+\frac{2}{9}:\frac{1}{9}=$$

$$=\left(2-\frac{1}{4}:\frac{25}{16}-\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{10}_{5}}\right):\frac{36}{25}+\frac{2}{\cancel{9}_{1}}\times\frac{\cancel{9}^{1}}{(1)}=$$

$$=\left(2-\frac{1}{\cancel{4}_{1}}\times\frac{\cancel{16}^{4}}{25}-\frac{2}{5}\right):\frac{36}{25}+2=$$

$$=\left(2-\frac{4}{25}-\frac{2}{5}\right):\frac{36}{25}+2=$$

$$=\left(\frac{50-4-10}{25}\right):\frac{36}{25}+2=$$

$$=\frac{\cancel{36}}{\cancel{25}}\times\frac{\cancel{25}}{\cancel{36}}+2=$$

$$=1+2=3$$

e) $\left[\left(0{,}5+0{,}\bar{3}-0{,}25\right):0{,}8\bar{3}\right]:\left[\left(0{,}75+0{,}\bar{6}-0{,}8\bar{3}\right)x0{,}375\right]-2{,}2$

$$\left[\left(\frac{5}{10}+\frac{3}{9}-\frac{25}{100}\right):\frac{83-8}{90}\right]:\left[\left(\frac{75}{100}+\frac{6}{9}-\frac{83-8}{90}\right)x\frac{375}{1000}\right]-\frac{22}{10}$$

$$\left[\left(\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{10}}}+\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}-\frac{\overset{1}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{100}}}\right):\frac{\overset{5}{\cancel{75}}}{\underset{6}{\cancel{90}}}\right]:\left[\left(\frac{\overset{3}{\cancel{75}}}{\underset{4}{\cancel{100}}}+\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}}-\frac{\overset{5}{\cancel{75}}}{\underset{6}{\cancel{90}}}\right)x\frac{\overset{3}{\cancel{375}}}{\underset{8}{\cancel{1000}}}\right]-\frac{\overset{11}{\cancel{22}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}$$

$$\left[\left(\frac{6+4-3}{12}\right)x\frac{6}{5}\right]:\left[\left(\frac{9+8-10}{12}\right)x\frac{3}{8}\right]-\frac{11}{5}$$

$$\left[\frac{7}{\underset{2}{\cancel{12}}}x\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{5}\right]:\left[\frac{7}{\underset{4}{\cancel{12}}}x\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{8}\right]-\frac{11}{5}$$

$$\frac{7}{10}:\frac{7}{32}-\frac{11}{5}$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{5}{\cancel{10}}}x\frac{\overset{16}{\cancel{32}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}-\frac{11}{5}$$

$$\frac{16}{5}-\frac{11}{5}=\frac{5}{5}=1$$

OSSERVA ATTENTAMENTE:
Se non si riducono le frazioni ai minimi termini l'espressione diventa molto più complicata con calcoli più difficili!!!

ATTENZIONE