Le potenza di una frazione

Partiamo da un esempio

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{3}$$

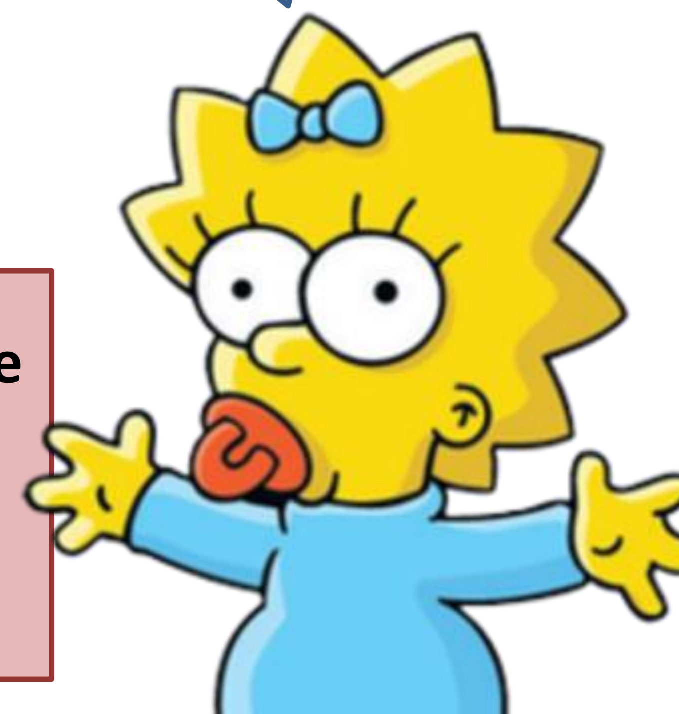
esponente

Base

Ricorda che per fare una potenza bisogna **moltiplicare tra loro tanti fattori uguali alla base quanti ne indica l'esponente**

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{3} = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$$

La potenza di una frazione è una frazione che ha per numeratore la potenza del numeratore e per denominatore la potenza del denominatore



$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

La base della potenza è $\frac{2}{5}$

La base della potenza, questa volta, è solo il numeratore

$$\frac{2^2}{5} = \frac{4}{5} \qquad \frac{(2)^2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{5^2} = \frac{2}{25} \qquad \frac{2}{(5)^2} = \frac{2}{25}$$

La base della potenza,
questa volta, è solo denominatore

Casi particolari

L'esponente è 1

$$\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3}$$

La frazione resta la stessa

L'esponente è 0

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 = \frac{2^0}{3^0} = \frac{1}{1} = 1$$

Il risultato è 1

Il numeratore è 0

$$\left(\frac{0}{3}\right)^2 = (0)^2 = 0$$

il risultato è zero

ANCHE PER LE FRAZIONI VALGONO LE PROPRIETA' DELLE POTENZE

1. LA MOLTIPLICAZIONE TRA DUE POTENZE CON LA STESSA BASE

Il prodotto di due potenze con la stessa base è una potenza che ha la stessa base e ha per esponente la SOMMA degli esponenti

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+2} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

2. LA DIVISIONE TRA DUE POTENZE CON LA STESSA BASE

Il quoziente due potenze con la stessa base è una potenza che ha la stessa base e ha per esponente la DIFFERENZA degli esponenti

$$\left(\frac{4}{5}\right)^4 : \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^{4-2} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2} = \frac{16}{25}$$

3. POTENZA DI POTENZA

La potenza di una potenza è una potenza che ha la stessa base e ha per esponente il PRODOTTO degli esponenti

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x3} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{64}$$

ALTRE PROPRIETA' DELLE POTENZE

LA MOLTIPLICAZIONE E LA DIVISIONE TRA DUE POTENZE CON LO STESSO ESPONENTE

L'ESPONENTE RESTA UGUALE E TRA LE BASI SI SVOLGE L'OPERAZIONE

$$\left(\frac{10}{9}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{7}{5}\right)^4 : \left(\frac{7}{10}\right)^4 = \left(\frac{7}{5} : \frac{7}{10}\right)^4 = \left(\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}\right)^4 = \left(\frac{2}{1}\right)^4 = \frac{2^4}{1^4} = \frac{16}{1}$$

LA RADICE DI UNA FRAZIONE

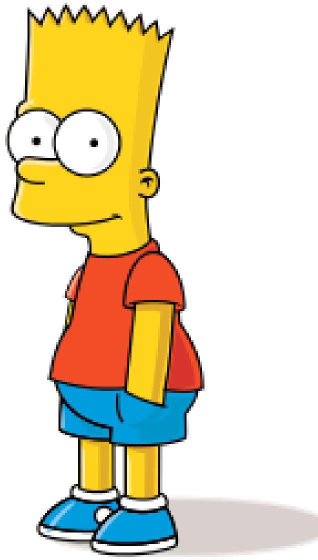
L'estrazione di radice è l'operazione inversa dell'elevazione a potenza. Essa è l'operazione che, data la potenza, restituisce la base.

LA RADICE E' INFATTI QUEL NUMERO CHE ELEVATO ALL'INDICE DA' COME RISULTATO IL RADICANDO

Ricorda che:
La radice di un quoziente è uguale al quoziente delle radici di dividendo e divisore

LE FRAZIONI SONO DIVISIONI, PER CUI POSSIAMO APPLICARE LE PROPRIETA' DELLE RADICI

$$\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$$



In generale si può dire che la radice di una frazione è una frazione che ha al numeratore la radice del numeratore e al denominatore la radice del denominatore

LA RADICE DI UNA FRAZIONE

Proviamo ancora:

$$\sqrt{\frac{100}{81}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{81}} = \frac{10}{9}$$

$$\sqrt{\frac{20}{7}} = \sqrt{2{,}86} \approx 1{,}69$$

Se il numeratore e/o il denominatore non sono quadrati perfetti conviene fare prima la loro divisione e poi trovare la radice del quoziente

SE HAI BISOGNO DI UN RIPASSO SU COME UTILIZZARE LE TAVOLE NUMERICHE PUOI CONSULTARE IL LINK E/O GUARDARE IL VIDEO:

https://www.youtube.com/watch?v=JnyTsoWJ3RE

https://www.youmath.it/lezioni/algebra-elementare/lezioni-di-algebra-e-aritmetica-per-scuole-medie/1681-calcolare-radice-quadrata-con-tavole-numeriche.html

FRAZIONI A TERMINI FRAZIONARI

Sono frazioni in cui sia il numeratore che il denominatore sono frazioni.

$$\frac{\frac{5}{7}}{\frac{3}{4}} =$$

Si legge $\frac{5}{7}\ fratto\ \frac{3}{4}$

$$\frac{\frac{5}{7}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{21}$$

Le frazioni a termini frazionari possono essere trasformate in una divisione tra due frazioni.

$$\frac{\frac{15}{7}}{3} = \frac{15}{7} : 3 = \frac{5}{7}$$

$$\frac{8}{\frac{5}{4}} = 8 : \frac{5}{4} = 8 \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{5}$$

Sarà $\frac{15}{7}$ fratto 3

O 15 fratto $\frac{7}{3}$???

Guarda l'=!!

E ora prova tu

- $\dfrac{2^3}{3} \cdot 5 = \dfrac{8}{3} \cdot 5 = \dfrac{40}{3}$
- $\left(\dfrac{11}{2}\right)^7 \cdot \left(\dfrac{11}{2}\right) : \left(\dfrac{11}{2}\right)^7 = \left(\dfrac{11}{2}\right)^1 = \dfrac{11}{2}$
- $\sqrt[3]{\dfrac{8}{125}} = \dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = \dfrac{2}{5}$
- $\left(\dfrac{3}{11}\right)^5 : \left(\dfrac{3}{11}\right)^3 = \left(\dfrac{3}{11}\right)^2 = \dfrac{9}{121}$
- $\left(\dfrac{3}{11}\right)^3 : \left(\dfrac{2}{33}\right)^3 = \left(\dfrac{3}{11} : \dfrac{2}{33}\right)^3 = \left(\dfrac{3}{\underset{1}{\cancel{11}}} \cdot \dfrac{\overset{3}{\cancel{33}}}{2}\right)^3 = \left(\dfrac{9}{2}\right)^3 = \dfrac{729}{8}$
- $\sqrt{1 + \dfrac{7}{9}} = \sqrt{\dfrac{9+7}{9}} = \sqrt{\dfrac{16}{9}} = \dfrac{4}{3}$
- $\sqrt{\dfrac{100}{3^6}} = \dfrac{\sqrt{100}}{\sqrt{3^6}} = \dfrac{10}{3^3} = \dfrac{10}{27}$
- $\left(\dfrac{5}{7}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{14}{15}\right)^4 = \left(\dfrac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} \cdot \dfrac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{3}{\cancel{15}}}\right)^4 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^4 = \dfrac{16}{81}$
- $\left(2 + \dfrac{3}{5}\right)^0 + 1 = 2$
- $\left\{\left[\left(\dfrac{2}{4}\right)^2\right]^0\right\}^5 = 1$

- $\dfrac{7}{\frac{10}{3}} = 7 : \dfrac{10}{3} = 7 \cdot \dfrac{3}{10} = \dfrac{21}{10}$

- $\dfrac{7}{(10)^3} = \dfrac{7}{1000}$

- $\sqrt[2]{\dfrac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$

- $\left(\dfrac{10}{3}\right)^{10} : \left[\left(\dfrac{10}{3}\right)^{3}\right]^{3} = \left(\dfrac{10}{3}\right)^{10} : \left(\dfrac{10}{3}\right)^{9} = \dfrac{10}{3}$

- $\sqrt{\left(\dfrac{3}{36} \overset{6)}{+} \dfrac{10}{6} \overset{9)}{-} \dfrac{1}{4}\right)}^{\,0,1} = \sqrt{\left(\dfrac{3+60-9}{36}\right)}^{\,0,1} = \sqrt{\dfrac{54}{36}}^{\,0,1} = \sqrt{1{,}5}^{\,0,1}0 = \sqrt{\dfrac{150}{100}}^{\,0,1} = \dfrac{\sqrt{150}}{\sqrt{100}} \approx \dfrac{12{,}25}{10} \approx 1{,}3$

- $\sqrt{\dfrac{7^3 \cdot 7^4 : 7^5}{5^4}} = \dfrac{\sqrt{7^2}}{\sqrt{5^4}} = \dfrac{7}{5^2} = \dfrac{7}{25}$

- $$\frac{{}^{3)}\frac{3}{4}+{}^{4)}\frac{1}{3}}{\frac{7}{12}+{}^{6)}\frac{1}{2}} = \frac{\frac{9+4}{12}}{\frac{7+6}{12}} = \frac{\frac{13}{12}}{\frac{13}{12}} = \frac{13}{12}:\frac{13}{12} = \frac{\overset{1}{\cancel{13}}}{\underset{1}{\cancel{12}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{13}}} = 1$$

- $$\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{5}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{8}:\underline{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\right]^{6}}\right\}^{2}:\sqrt{\underline{\left(\frac{4}{9}\right)^{5}:\left(\frac{4}{9}\right)^{3}}} =$$

$$=\underline{\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{5}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{8}:\left(\frac{2}{3}\right)^{12}\right.}\left.\vphantom{\left(\frac{2}{3}\right)^{12}}\right\}^{2}:\underline{\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^{2}}} =$$

$$=\left\{\underline{\left(\frac{2}{3}\right)^{8+5-12}}\right\}^{2}:\frac{4}{9} =$$

$$=\underline{\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^{1}\right\}^{2}}:\frac{2^2}{3^2} =$$

$$=\left(\frac{2}{3}\right)^{2}:\left(\frac{2}{3}\right)^{2} = 1$$